



Ejemplo 1

TABLA DE FRECUENCIAS

Notas obtenidas por un grupo de alumnas:

9, 4, 8, 5, 5, 4, 1, 7, 2, 2, 3, 9, 6, 4, 10, 8, 2, 1, 6, 7, 6, 10, 10, 8, 8, 4, 6, 5, 5, 10, 6, 7, 2, 5, 5, 3, 5, 3, 6, 8.

Variable Frecuencia

Notas	Nº alumnas
x_i	f_i
1	2
2	4
3	3
4	4
5	7
6	6
7	3
8	5
9	2
10	4
	40

DIAGRAMA DE SECTORES

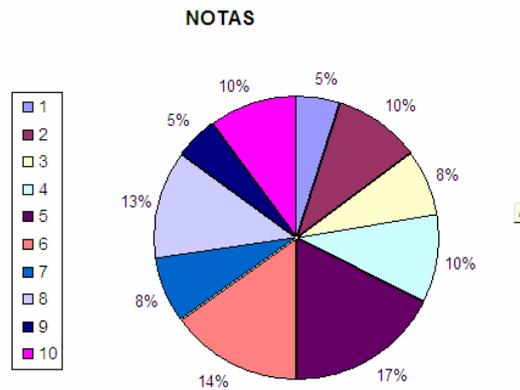
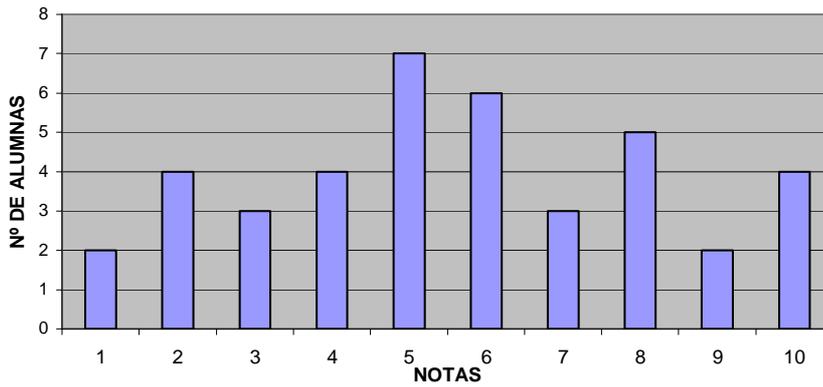


DIAGRAMA DE BARRAS Y POLÍGONO DE FRECUENCIAS ABSOLUTAS





Ejemplo 2

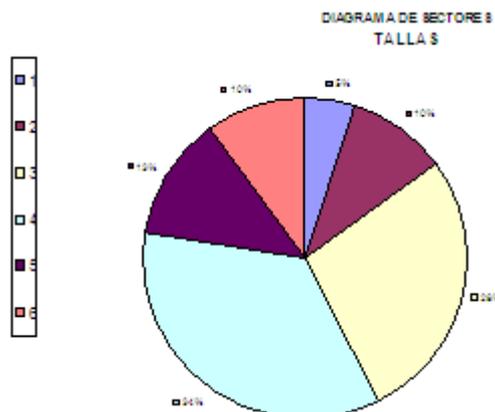
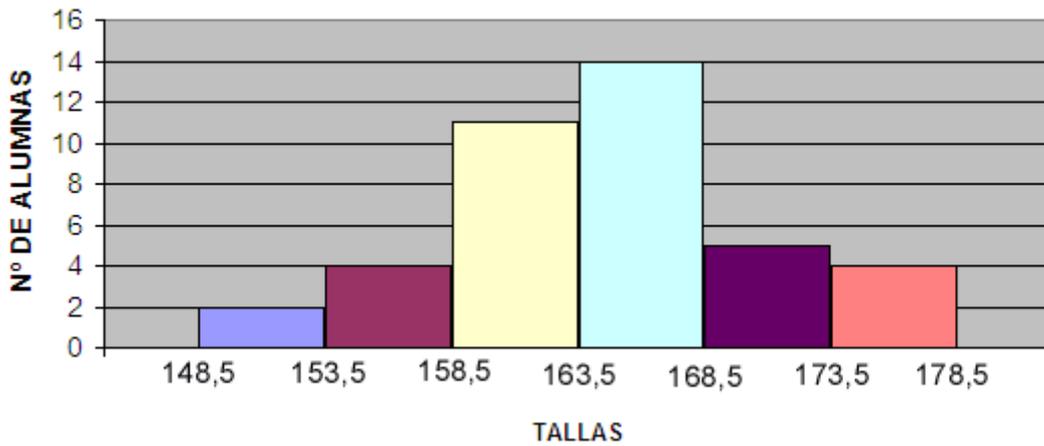
TABLA DE FRECUENCIAS. DATOS AGRUPADOS POR INTERVALOS

Tallas de un grupo de alumnas:

168,160,168,175,175,168,168,158,149,160,178,169,158,163,171,162,165,163,156,174,160,165,154,163,165,161,162,166,163,159,170,165,150,167,164,165,173,172,168,168.

<i>Variable en intervalos</i>	<i>Frecuencia</i>
Tallas	Nº alumnas
$L_{i-1}-L_i$	f_i
[148,5-153,5)	2
[153,5-158,5)	4
[158,5-163,5)	11
[163,5-168,5)	14
[168,5-173,5)	5
[173,5-178,5)	4
	40

HISTOGRAMA Y POLIGONO DE FRECUENCIAS





Ejemplo 3

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

Sea la siguiente distribución de notas: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 10.
Calcular las medidas de centralización y de dispersión

Medidas de centralización

Media aritmética: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$ $\bar{x} = \frac{2+4+4+4+5+7+9+9+10}{9} = \frac{54}{9} = 6$

Moda: valor con mayor frecuencia Moda = 4

Mediana: valor que ocupa el lugar central Mediana = 5 (lugar 5º)

Medidas de dispersión

Recorrido o rango: Diferencia entre el valor mayor y el menor $10 - 2 = 8$

Varianza:
$$\begin{cases} V = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N} \\ V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 \end{cases}$$

$$V = \frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + (4-6)^2 + \dots + (10-6)^2}{9} = \frac{16 + 4 + 4 + \dots + 16}{9} = \frac{64}{9} = 7,11$$
$$V = \frac{2^2 + 4^2 + 4^2 + \dots + 10^2}{9} - 6^2 = \frac{388}{9} = 7,11$$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{V}$ $\sigma = \sqrt{7,11} = 2,67$

Desviación media: $D.M. = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$

$$D.M. = \frac{|2-6| + |4-6| + |4-6| + \dots + |10-6|}{9} = \frac{4 + 2 + 2 + \dots + 4}{9} = \frac{22}{9} = 2,44$$

Coefficiente de variación: $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ $C.V. = \frac{2,67}{6} = 0,444; 4,44 \%$



Ejemplo 5

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DATOS AGRUPADOS EN INTERVALOS

$$\text{Marcas de clase} = \frac{L_{i-1} + L_i}{2}$$

↓

$L_{i-1}-L_i$	f_i	x_i	$x_i f_i$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} /f_i$	x_i^2	$x_i^2 f_i$	$ x_i - \bar{x} ^2$	$ x_i - \bar{x} ^2 f_i$
[148,5-153,5)	2	151	302	13,5	27	22801	45602	182,25	364,5
[153,5-158,8)	4	156	624	8,5	34	24336	97344	72,25	289
[158,5-163,5)	11	161	1771	3,5	38,5	25921	285131	12,25	134,75
[163,5-168,5)	14	166	2324	1,5	21	27556	385784	2,25	31,5
[168,5-173,5)	5	171	855	6,5	32,5	29241	146205	42,25	211,25
[173,5-178,5)	4	176	704	11,5	46	30976	123904	132,25	529
	40		6580		199		1083970		1560

Medidas de centralización

Media aritmética: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$ $\bar{x} = \frac{6580}{40} = 164,5$

Intervalo modal: intervalo con mayor frecuencia Intervalo modal: [163,5-168,5)

Intervalo mediano: intervalo que ocupa el lugar central

Intervalo mediano: [163,5-168,5) (lugares 20º y 21º)

Medidas de dispersión

Recorrido o rango: Diferencia entre el valor mayor y el menor $176 - 151 = 25$

$$\text{Varianza: } \begin{cases} V = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} & V = \frac{1560}{40} = 39 \\ V = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \bar{x}^2 & V = \frac{1083970}{40} - 164,5^2 = 39 \end{cases}$$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{V}$ $\sigma = \sqrt{39} = 6,245$

Desviación media: $D.M. = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i}$ $D.M. = \frac{199}{40} = 4,975$

Coeficiente de variación: $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ $C.V. = \frac{6,245}{164,5} = 0,038$; 3,8 %



Ejemplo 6

COEFICIENTE DE VARIACIÓN

Los pesos de los toros de lidia de una ganadería se distribuyen con una media de $\bar{x} = 500$ Kg y una desviación típica $\sigma = 40$ Kg.

Los pesos de los perros de una exposición canina tienen una media de $\bar{x} = 20$ Kg y una desviación típica $\sigma = 10$ Kg.

La desviación típica de los pesos de la manada de toros bravos (40 Kg) es superior a la de los perros (10 Kg). Sin embargo, los 40 Kg son poca cosa para el enorme tamaño de los toros es decir, los toros de esa manada son muy parecidos en peso), mientras que 10 Kg es mucho en relación con el peso de un perro.

En este caso la desviación típica no es una medida adecuada para comparar dispersiones. Por ello, se define otro parámetro estadístico, el coeficiente de variación, que permite **comparar la dispersión en poblaciones heterogéneas**.

	\bar{x}	σ	$C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}}$	%
Toros	500	40	0,08	8
Perros	20	10	0,50	50

De este modo se aprecia claramente que la variación de los pesos de los perros (50 %) es mayor que la de los pesos de los toros (8 %)

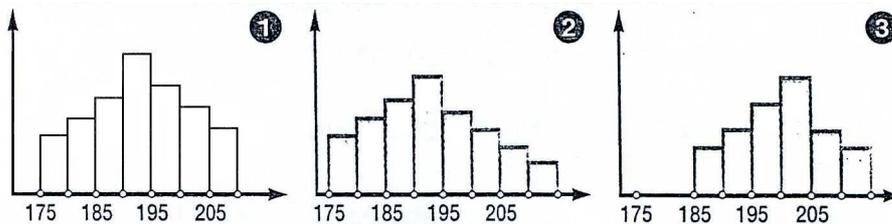


Ejemplo 7

INTERPRETACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

El estudio realizado sobre las altura de los jugadores de tres equipos de baloncesto A, B, C, se encuentran reflejados en los gráficos siguientes, sus parámetros estadísticos figuran en la tabla adjunta. Se trata de asociar cada gráfico con el equipo correspondiente

EQUIPO	A	B	C
MEDIA	197,5	195,8	193,7
DESVIACIÓN TÍPICA	6,2	7,9	10,0



Solución:

El gráfico nº 2 muestra una gran dispersión y media baja: corresponde al equipo C.

La media más alta y menos dispersa es la del gráfico nº 3: corresponde al equipo A.

El gráfico nº 1 tiene una media y una dispersión comprendida entre las dos anteriores: corresponde al equipo B.



Ejemplo 8

OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS \bar{x} Y σ^2 CON LA CALCULADORA

Los cálculos estadísticos resultan pesados, sobre todo cuando el número de individuos de una distribución estadística es grande. Para facilitar dichos cálculos, las calculadoras científicas tienen teclas especiales que permiten hallar algunos parámetros estadísticos, como la media (\bar{x}) y la varianza (σ^2).

Para trabajar en Estadística con tu calculadora, te ofrecemos unas orientaciones. Pero debes consultar su manual o pedir ayuda a tu profesor o profesora, ya que cada modelo de calculadora trabaja de forma diferente. Los pasos a seguir, son éstos:

- 1. Poner la calculadora en cálculos estadísticos, pulsando las teclas (según modelos):

INV **MODE**, **MODE** **3**, **MODE** **3**, **2nd** **STAT**, **E+** o **DATA**

Si en la pantalla de tu calculadora aparece **SD** o **STAT**, habrás conseguido el objetivo.

- 2. Poner los registros a cero para comenzar a trabajar, pulsando las teclas:

INV **SAC** o **INV** **SCR**

(Algunas calculadoras mantienen en memoria los datos de los trabajos, aunque se desconecten).

- 3. Introducir datos: Para introducir un dato, se pone el número en pantalla y se pulsa la tecla de entrada de datos, que puede ser (según modelos):

Σ, **Σ+** o **DATA**

Si el dato está repetido, se pulsa la tecla de entrada de datos tantas veces como esté repetido, o bien mediante la secuencia:

Dato → **×** → **Frecuencia** → **Tecla de entrada**

Continuar de la misma manera, hasta introducir todos los datos.

- 4. Un dato introducido erróneamente, se elimina mediante las teclas:

INV, **DEL** o **INV** **Σ-**

- 5. Para obtener los resultados, se pulsán las teclas:

n → número de individuos de la muestra: $n = \sum f_i$

Σx → suma de los datos: $\sum x = \sum f_i \cdot x_i$

Σx² → suma de los cuadrados: $\sum x^2 = \sum f_i \cdot x_i^2$

\bar{x} , **Méan**, **INV** **\bar{x}** o **2ndF** **Ex** → media: \bar{x}

σ_s , **INV** **σ_s** o **2ndF** **σ_s** → desviación típica: σ

- 6. Al terminar el trabajo de estadística, si deseas realizar otros cálculos, debes salir pulsando las teclas (según modelos):

INV **MODE** o **INV** **CRS**

Si ha desaparecido de la pantalla **SD** o **STAT**, has salido del modo estadístico.



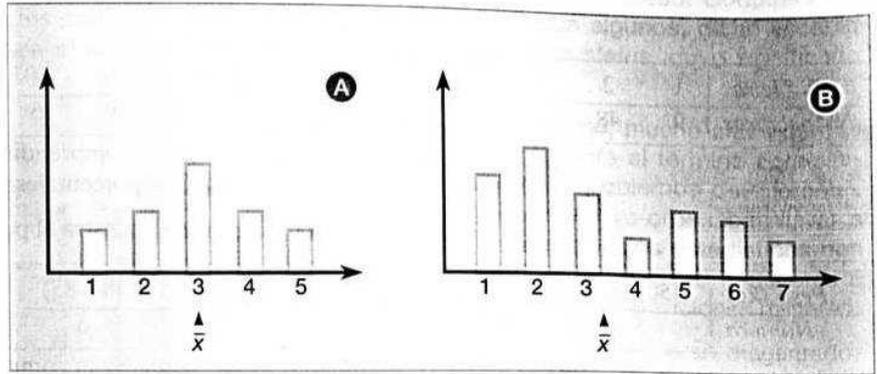
Ejemplo 9

ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS A PARTIR DE GRÁFICAS

Los gráficos estadísticos intentan dar una visión clara de los caracteres objeto de estudio; a partir de ellos, te debes acostumbrar a estimar dos parámetros estadísticos importantes: la **media** y la **desviación típica**.

- **Estimación de la media:** Si el gráfico de una distribución estadística presenta simetría respecto a un valor, dicho valor es la media de la distribución.

Si no es así, la media se desplaza hacia el valor donde la barra tiene mayor altura. Como regla general para estimar, procura situar la media en un punto tal que la suma de las alturas de las barras que deja a ambos lados, sean las mismas.

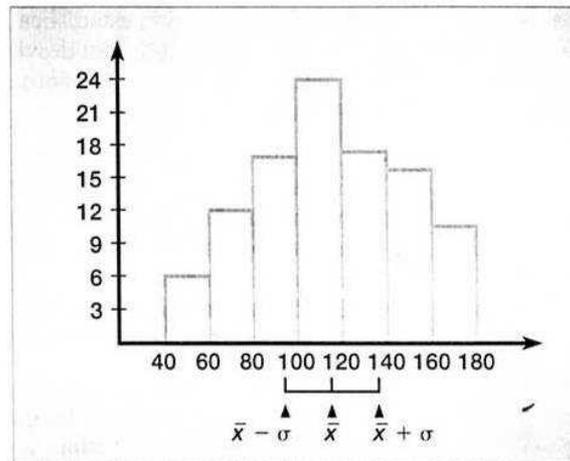


- **Estimación de la desviación típica:** El histograma de la figura adjunta, corresponde a la distribución de la duración de las llamadas telefónicas; su media es 112,6 segundos, y su desviación típica de 26,6. Sobre dicho gráfico se han destacado los valores \bar{x} , $\bar{x} - \sigma$ y $\bar{x} + \sigma$.

Observa que en el intervalo:

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) = (94, 139,2)$$

se encuentran, aproximadamente, 65 llamadas; como el número de llamadas era 100, en ese intervalo se encontrará el 65 % de las llamadas.



Como regla general, con un número grande de individuos y una población no muy dispersa en el intervalo $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$ se encuentran, aproximadamente, los 2/3 de la población.

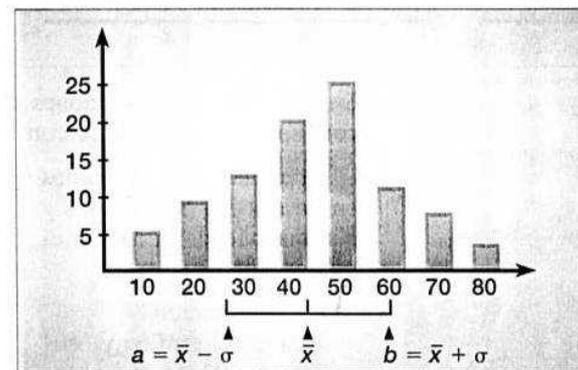
X Estimar la media y la desviación típica sobre el diagrama de barras adjunto. (Calcula los valores reales utilizando la calculadora).

La regla anterior permite estimar la desviación típica a partir de las gráficas de las distribuciones, para lo que se deben seguir los pasos siguientes:

1. Estimar la media en el gráfico:

$$\bar{x} = 43$$

2. Señalar en el gráfico los puntos a y b , simétricos a la media y que comprendan, aproximadamente, los 2/3 de la población:



$$a = 26 \text{ y } b = 60$$

3. Entonces:

$$\sigma = 43 - 26 = 60 - 43 = 17$$

