TEMA 2 – POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

2.1 COCIENTE DE POLINOMIOS

4º **2.1.1 COCIENTE DE MONOMIOS**

4º El cociente de un monomio entre otro monomio de grado igual o menor es un nuevo monomio cuyo grado es la diferencia de los grados de los polinomios que intervienen: $\frac{ax^m}{bx^n} = \frac{a}{b}x^{m-n}$

2.1.2 DIVISIÓN DE POLINOMIOS

4º La división de polinomios es similar a la división entera de números naturales: al dividir dos polinomios, se obtiene un cociente y un resto (El grado del resto es menor que el grado del divisor).

La relación entre D(x), d(x), C(x) y R(x) es:

$D(x) = d(x).C(x) + R(x)$, o bien, $\frac{D(x)}{d(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{d(x)}$

Cuando el resto es cero, R(x) = 0, la división es exacta y se cumple:

$D(x) = d(x).C(x)$, o bien, $\frac{D(x)}{d(x)} = C(x)$

4º **2.1.3 DIVISIÓN DE UN POLINOMIO POR x – a. REGLA DE RUFFINI**

4º La **regla de Ruffini** sirve para dividir un polinomio por x – a. Las operaciones (sumas y multiplicaciones por a) se realizan una a una. Se obtienen, así, los coeficientes del cociente y el resto de la división

2.2 APLICACIONES DE LA REGLA DE RUFFINI

4º **2.2.1 UN CRITERIO DE DIVISIBILIDAD POR x – a**

4º Si un polinomio tiene coeficientes enteros, para que sea divisible por x – a es necesario que su término independiente sea múltiplo de a.

Por tanto, para buscar expresiones x – a que sean divisores de un polinomio, probaremos con los valores de a (positivos y negativos) que sean divisores del término independiente.

4º **2.2.2 VALOR DE UN POLINOMIO PARA x = a**

4º **El valor numérico de un polinomio**, P(x), para x = a, es el número que se obtiene al sustituir la x por a y efectuar las operaciones indicadas. A ese número se le llama P(a).

4º **2.2.3 TEOREMA DEL RESTO**

4º El valor que toma un polinomio, P(x), cuando hacemos x = a, coincide con el resto de la división P(x) : (x – a). Es decir, P(a) = r

2.3 FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

4º 2.3.1 PROCEDIMIENTO PARA FACTORIZAR UN POLINOMIO

4º **Factorizar un polinomio** es descomponerlo en producto de polinomios (factores) del menor grado posible.

Método para factorizar un polinomio:

- Sacar factor común
- Recordar los productos notables
- Si es un polinomio de grado > 2 : Por Ruffini, probando con los divisores del término independiente, hasta obtener resto cero: P(x) = (x – a).C(x)
- Si es un polinomio de grado = 2: Se resuelve la ecuación de segundo grado:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 \text{ soluciones distintas} \Rightarrow a.(x - x_1).(x - x_2) \\ 1 \text{ solución doble} \Rightarrow a.(x - x_1)^2 \\ \text{No tiene solución} \Rightarrow ax^2 + bx + c \end{cases}$$

4º 2.3.2 RAÍCES DE UN POLINOMIO

4º Un número a se llama **raíz** de un polinomio P(x), si P(a) = 0. Las raíces de un polinomio son las soluciones de la ecuación P(x) = 0.

Método para calcular las raíces de un polinomio:

- Se factoriza el polinomio
- Se iguala cada uno de los factores a cero.

2.4 DIVISIBILIDAD DE POLINOMIOS

4º 2.4.1 MÚLTIPLOS Y DIVISORES

4º Un polinomio, D(x), es **divisor** de otro, P(x), si la división P(x) : D(x) es exacta.
En tal caso, se dice también que P(x) es **múltiplo** de D(x), ya que P(x) = D(x).C(x)

4º 2.4.2 POLINOMIOS IRREDUCIBLES

4º Un **polinomio** se llama **irreducible** cuando no tiene ningún divisor de grado inferior al suyo.

4º 2.4.3 MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE DOS POLINOMIOS.

4º Un polinomio, D(x), es el **máximo común divisor** de dos polinomios, P(x), Q(x), si es divisor de ambos y no hay otro polinomio divisor común con mayor grado que él. Se denota: D(x) = M.C.D.[P(x),Q(x)]

Método para calcularlo:

- Se factorizan los dos polinomios: P(x) y Q(x)
- Se toman los factores comunes al menor exponente

4º Un polinomio, M(x), es el **mínimo común múltiplo** de dos polinomios, P(x), Q(x), si es múltiplo de ambos y no hay otro polinomio múltiplo común con menor grado que él. Se denota: M(x) = m.c.m.[P(x),Q(x)]

Método para calcularlo:

- Se factorizan los dos polinomios: P(x) y Q(x)
- Se toman los factores comunes y no comunes al mayor exponente

2.5 FRACCIONES ALGEBRAICAS

3º 2.5.1 DEFINICIÓN

3º Se llama **fracción algebraica** al cociente de dos polinomios. $\frac{P(x)}{Q(x)}$

3º 2.5.2 SIMPLIFICACIÓN

3º Para simplificar una fracción, se factorizan numerador y denominador y se eliminan los factores comunes obteniéndose otra fracción equivalente.

3º 2.5.3 FRACCIONES EQUIVALENTES

3º Dos fracciones algebraicas son equivalentes si:

- Una de ellas se obtiene simplificando la otra.
- O bien, ambas, al simplificarse, dan lugar a la misma fracción.

3º 2.5.4 REDUCCIÓN A COMÚN DENOMINADOR

3º Se sustituye cada fracción por otra equivalente, de modo que todas tengan el mismo denominador, que será el mínimo común múltiplo de los denominadores

3º 2.7.4 OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS

3º
- **Suma y resta**: Para sumar o restar fracciones algebraicas, estas se reducen a común denominador y se suman o restan los numeradores, dejando el mismo denominador. Después se simplifica la fracción resultante.

3º
- **Producto** : El producto de dos fracciones algebraicas es el producto de sus numeradores partido por el producto de sus denominadores.

3º
- **Fracción inversa de otra** : La fracción inversa de $\frac{P(x)}{Q(x)}$ es $\frac{Q(x)}{P(x)}$.

3º
- **Cociente** : El cociente de dos fracciones algebraicas es el producto de la primera por la inversa de la segunda (Producto cruzado de términos).