TEMA 13 – LA INTEGRAL DEFINIDA. APLICACIONES

INTEGRALES DEFINIDAS

<u>EJERCICIO 1</u> : Septiembre 08-09. Obligatoria (1,5 ptos)

Hallad todos los valores de a para los que se cumple que: $\int_1^a \frac{8}{x^3}dx = 3$

<u>EJERCICIO 2</u> : Junio 08-09. Optativa (3 ptos)

Dada la función f(x) = $ax^3 + bx^2 + c$, determinad a, b y c para que se cumpla que la función tenga un mínimo en el punto (2,-3) y que $\int_0^2 f(x)\,dx = -2$

<u>EJERCICIO 3</u> : Septiembre 07-08. Obligatoria (1,5 ptos)

Dada la función f(x) = $ax^2 + bx + c$, determinad a, b y c para que se cumpla que f(0) = f(-1) = 1, $\int_{-1}^0 f(x)dx = 2$

<u>EJERCICIO 4</u> : Junio 07-08. Obligatoria (1,5 ptos)

Hallad $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{2x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx$

<u>EJERCICIO 5</u> : Junio 05-06. Obligatoria (1,5 ptos)

Sea a un número positivo menor que 4. Calcula: $\int_{-a}^a \frac{1}{x^3 - 4x^2 - 25x + 100}dx$

<u>EJERCICIO 6</u> : Septiembre 04-05. Obligatoria (1 pto)

Calcula $\int_{-1}^2 x.|x|\,dx$

<u>EJERCICIO 7</u> : Junio 04-05. Optativa (3 ptos)

Sea la función F(x) = $\int_1^x \frac{\text{sen}(t)}{t}dt$ definida para $x \geq 1$. Halla sus máximos y mínimos relativos.

<u>EJERCICIO 8</u> : Septiembre 00-01. Obligatoria (1 pto)

Calcula la integral definida $\int_{\pi/4}^{\pi/2} x\,\text{sen}\,x\,dx$

<u>EJERCICIO 9</u> : Septiembre 99-00 Obligatoria (1 pto)

Siendo | x | el valor absoluto o módulo de x, calcula la integral definida: $\int_{-1}^2 |x|dx$

<u>EJERCICIO 10</u> : Junio 98-99 Obligatoria (1 pto)

Calcula $\int_0^{\pi/4} \text{sen}\,x.\cos x\,dx$

CÁLCULO DE ÁREAS

<u>EJERCICIO 11</u> : Julio 11-12. Obligatoria (1,5 ptos)
Calcula el área de la región limitada por la función f(x) = Ln x, la recta tangente a f(x) en x = e y el eje de abscisas.

<u>EJERCICIO 12</u> : Junio 11-12. Obligatoria (1 pto)
Sea f(x) una función positiva en el intervalo [1,5], así $f(x) \geq 0$ para $1 \leq x \leq 5$. Si el área limitada por f(x), el eje de abscisas (eje x) y las rectas x = 1 y x = 5 es igual a 6, calcula el área del recinto limitado por la función G(x) = f(x) + 2 y las mismas rectas.

<u>EJERCICIO 13</u> : Julio 10-11. Obligatoria (1 pto)
Dibuja la figura limitada por la curva $y = -x^2 + 4x + 5$, y la recta y = 5. Halla el área de dicha figura.

<u>EJERCICIO 14</u> : Septiembre 09-10. Obligatoria 1,5 ptos
Dibuja las dos curvas $y = x^3 - 1$, $y = -x^2 + x$. Halla el área comprendida entre ambas.

<u>EJERCICIO 15</u> : Septiembre 06-07. Optativa (3 ptos)
Calcula el área limitada por la curva $y = x.\sqrt{x+1}$, la recta y = 0 y la recta x = 1. Previamente, haz un esquema del recinto cuya área hay que calcular.

<u>EJERCICIO 16</u> : Septiembre 06-07. Optativa (3 ptos)
Halla el área limitada por la curva $y = x.e^{-x^2}$, el eje de abscisas, y la recta x = a, siendo a la abscisa del punto máximo de la curva.

<u>EJERCICIO 17</u> : Septiembre 05-06. Optativa (3 ptos)
Dibuja la figura comprendida entre las funciones f(x) = cos(x) y $g(x) = 2x/\pi + 1$ y calcula su área. (Nota: El coseno está expresado en radianes)

<u>EJERCICIO 18</u> : Septiembre 04-05. Optativa (3 ptos)
Evalúa el área encerrada por las funciones $f(x) = \frac{x}{x+1}$ y $g(x) = -\frac{1}{x+1}$ y las rectas de ecuaciones x = -2 y x = -3. Representa gráficamente lo que estás calculando.

<u>EJERCICIO 19</u> : Junio 04-05. Optativa (3 ptos)
Evalúa el área comprendida entre las funciones $f(x) = 2x^2 - 1$ y g(x) = x. Representa gráficamente lo que estás calculando.

<u>EJERCICIO 20</u> : Septiembre 03-04. Obligatoria (1 pto)
Dibuja la figura limitada por la curva $y = \frac{x^2}{4} + 1$, y la recta y = x + 3. Calcula el área de dicha figura.

<u>EJERCICIO 21</u> : Septiembre 02-03. Optativa (4 ptos)
a) Representa gráficamente la curva $y = \frac{x}{x^2+4}$. Para ello calcula asíntotas, puntos críticos e intervalos de crecimiento.
b) Calcula el área del recinto limitado por la curva anterior y las rectas x = a y x = b, donde a y b son las abscisas de los puntos donde la curva alcanza su mínimo y máximo.

<u>EJERCICIO 22</u> : Junio 02-03. Optativa (3 ptos)

Dada la función f: R → R definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$ Se pide:

a) Hallar a y b para que la función sea continua
b) Estudiar la derivabilidad de la función resultante
c) Calcula el área del recinto limitado por la recta y = 1 y la gráfica de la función f(x).

<u>EJERCICIO 23</u> : Junio 02-03. Optativa (3 ptos)
Halla el área del recinto limitado por la curva $y = x^2 Lnx$, el eje OX y la recta tangente a la curva en el punto (e,e^2)

<u>EJERCICIO 24</u> : Septiembre 01-02. Optativa (3 ptos)

a) Representa gráficamente la curva $y = \dfrac{x}{x^2 + 5x + 4}$. Para ello calcula asíntotas, puntos críticos e intervalos de crecimiento.
b) Calcula el área del recinto limitado por la curva anterior, el eje OX y las rectas x = 0 y x = 2.

<u>EJERCICIO 25</u> : Septiembre 01-02. Optativa (3 Ptos)
En la hipérbola de ecuación xy = 2 se consideran los puntos A(1,2) y B(2,1)

a) Calcula las rectas tangentes a la hipérbola en cada uno de esos puntos y halla el punto en el que se cortan.
b) Calcula el área de la región del plano limitada por las rectas tangentes anteriores y el correspondiente arco de hipérbola.

<u>EJERCICIO 26</u> : Junio 01-02. Obligatoria (1 pto)
Halla el área del recinto limitado por la gráfica de $y = \cos^2 x$, el eje OX y las rectas x = 0, x = Π/4

<u>EJERCICIO 27</u> : Junio 00-01 Optativa (3 ptos)

Dada la función $f(x) = \begin{matrix} x.Lnx & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{matrix}$ calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función y el eje OX, desde x = 0 hasta x = b, siendo b la abscisa del mínimo de la función.

<u>EJERCICIO 28</u> : Junio 99-00 Optativa (3 ptos)

a) Representa gráficamente la curva $y = x.e^x$
b) Halla el área del recinto limitado por la curva $y = x.e^x$, el eje OX y la recta paralela al eje OY que pasa por el punto donde la curva tiene un mínimo relativo.

<u>EJERCICIO 29</u> : Septiembre 98-99 Obligatoria (1 pto)
Calcula el área del triángulo formado por los ejes coordenados y la recta tangente a la hipérbola xy = 2 en el punto P = (1,2)

<u>EJERCICIO 30</u> : Septiembre 98-99 Optativa (4 ptos)

Sea la función $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

a) Representa la curva y = f(x) calculando sus asíntotas, puntos críticos e intervalos de crecimiento.
b) Calcula el área del recinto limitado por la curva $y = \dfrac{\ln x}{x}$ y las rectas y = 0, x = 1 y x = e.

EJERCICIO 31 : Junio 98-99 Optativa (2 ptos)
Calcula el área de la región acotada del plano limitada por la curva $y=x^3 - 3x^2 + 3x$ y la recta $y = x$.

EJERCICIO 32 : Septiembre 97-98 Optativa (2 ptos)
Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de $y = |x|$, $y = x^2$

EJERCICIO 33 : Junio 97-98 Optativa (3 ptos)
Calcular el área del menor recinto limitado por las curvas $y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 8$

EJERCICIO 34 : Septiembre 96-97 Optativa (3 ptos)
Siendo $f(x) = ax + b + \frac{8}{x}$, se pide determinar a y b para que en el plano cartesiano la gráfica de la función $y = f(x)$ pase por el punto A(-2,-6) y que en dicho punto se anule la derivada primera de f(x). Calcular el área limitada por la gráfica de la función, el eje OX y las rectas $x = 1$ y $x = 2$.

EJERCICIO 35 : Junio 96-97 Optativa (3 ptos)
Determinar el valor de a para que el área del recinto limitado entre $y = 2x^3$ e $y = ax$, sea de 64 unidades de superficie.

EJERCICIO 36 : Septiembre 95-96 Optativa (3 ptos)
Calcular el área del recinto limitado por las parábolas de ecuaciones:

$y = x^2$ e $y = - x^2 + 1$

EJERCICIO 37 : Septiembre 95-96 Optativa (3 ptos)
Calcular el área del recinto limitado por la recta de ecuación $x+y=4$ y la hipérbola de ecuación $xy=1$

EJERCICIO 38 : Septiembre 94-95 Optativa (4 puntos)
Dada la función $f(x) = x.e^{-x^2}$ Se pide:
a) Representar gráficamente la función.
b) Determinar el área limitada por la curva representativa, el eje de abscisas y las abscisas de los puntos mínimo y máximo.

EJERCICIO 39 : Junio 94-95 Optativa (4 puntos)
Dadas la parábola $y = 6x - x^2$ y la recta $y = 2x$. Representar gráficamente la parábola y la recta y determinar el área limitada por ambas.

EJERCICIO 40 : Junio 94-95 Optativa (4 ptos)
Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Se pide:
a) Determinar los valores numéricos de los coeficientes a, b, c para los cuales la función tiene un mínimo para $x = 1$ y un punto de inflexión en el origen de coordenadas
b) Representa gráficamente la función f(x)
c) Calcula el área limitada por la curva representativa de f(x) y el eje de abscisas.