

51) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = \frac{0}{0} \approx \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} = \frac{0}{0} \approx \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{2x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} = \frac{0}{0} \approx \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x} = \frac{0}{0}$ ¿? \rightarrow APRENDERÉ

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \frac{0}{0}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{0}{0} \approx \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2/2}{x^2} = \frac{1}{2}$

ene 10-14:01

Tª DE CONTINUIDAD

Tª BOLZANO

f cont $[a, b]$
 si $f(a) \neq f(b)$ $\xrightarrow{\text{Bolzano}}$ $\exists c \in (a, b) \Rightarrow f(c) = 0$

$I \ni c \rightarrow$ le punc esta al eje OX, al menos en un pto

ene 10-14:12

Consecuencia del Tª Bolzano

Tª de los Valores Intermedios o' de Darboux

f cont $[a, b] \Rightarrow f$ toma todos los valores entre $f(a)$ y $f(b)$

$f(a) < k < f(b) \Rightarrow \exists c \in (a, b) \Rightarrow f(c) = k$

Otra consecuencia.

f, g cont $[a, b]$
 $f(a) < g(a)$
 $f(b) > g(b)$ $\Rightarrow \exists c \in (a, b) \Rightarrow f(c) = g(c)$

ene 10-14:17

Tª Weierstrass

f cont en $[a, b] \Rightarrow \exists \text{Max } \text{Min Abs en ese Intervalo}$

ene 10-14:22

$x^3 - 2x + 3 = 0$

1	0	-2	3
-3	-3	7	
1	-3	7	

$f(x) = x^3 - 2x + 3$

f cont en \mathbb{R}

$f(0) = 3$
 $f(-2) = -1$

$\exists c \in (-2, 0) \Rightarrow f(c) = 0$

$x = -1.5$

ene 10-14:24

PA6 243

① $2x^4 - 14x^2 + 14x - 1 = 0$ 2 sol

$f(x) = 2x^4 - 14x^2 + 14x - 1$ Cont en \mathbb{R}

$f(3) = 77$
 $f(2) = 3$
 $f(1) = 1$
 $f(0) = -1$
 $f(-1) = -27$

$\rightarrow \exists$ una sol

$f(-2) = -53$ $f(-3) = -7$
 $f(-5) = 829$ $f(-4) = 231$

$\rightarrow \exists$ una sol

f cont $[0, 1]$ Bolzano
 $\text{sig } f(0) \neq \text{sig } f(1) \Rightarrow \exists c \in (0, 1) \Rightarrow f(c) = 0$

f cont $[-4, -3]$ Bolzano
 $\text{sig } f(-4) \neq \text{sig } f(-3) \Rightarrow \exists c \in (-4, -3) \Rightarrow f(c) = 0$

ene 10-14:31

② $e^x + e^{-x} - 1$
 $e^x - e^{-x}$ se cortan en algún pt

$e^x + e^{-x} - 1 = e^x - e^{-x}$

$2e^{-x} - 1 = 0$

$f(x) = 2e^{-x} - 1$

f cont en \mathbb{R}

$f(0) = 1$
 $f(1) = \frac{2}{e} - 1 < 0$

$f(x) = 2e^{-x} - 1$
 f cont en $[0, 1]$ Bolzano
 $\text{sig } f(0) \neq \text{sig } f(1) \Rightarrow \exists c \in (0, 1) \Rightarrow f(c) = 0$

$\exists c \in (0, 1)$ donde se cortan

ene 10-14:38

③ M y min abs.

a) $x^2 - 1$ en $[-1, 1]$ $f(x) = x^2 - 1$ Cont en $[-1, 1]$ \Rightarrow \exists Max y Min en $[-1, 1]$

b) x^2 en $[-3, 4]$ $f(x) = x^2$ Cont en $[-3, 4]$ \Rightarrow

c) $\frac{1}{x-1}$ en $[2, 5]$ $f(x) = \frac{1}{x-1}$ Cont en $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
 f cont en $[2, 5]$ \Rightarrow

d) $\frac{1}{x-1}$ en $[0, 2]$ NO PUEDE ASEGURARSE NADA
 con Bolzano -
 en $x=1$ A.T. \Rightarrow M, m

e) $\frac{1}{1+x^2}$ en $[-5, 10]$ $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ Cont en \mathbb{R}
 f cont $[-5, 10]$ $\Rightarrow \exists$ M, m

ene 10-14:44

Deberes PA6 251
29,30,31,32,33,38

ene 10-14:50