

TEMA 1 – SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES**RESOLVER E INTERPRETAR GEOMÉTRICAMENTE SISTEMAS LINEALES**

Ejercicio 1 : Estudia, y resuelve si es posible, los siguientes sistemas de ecuaciones. Haz una interpretación geométrica de los resultados obtenidos:

$$\left. \begin{array}{l} x + y - 2z = -4 \\ \text{a) } 2x + 3y - z = -5 \\ x - 5z = -7 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z - t = 3 \\ \text{b) } -x + 2y - z + t = 2 \\ x + 4y - z + t = -2 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left\{ \begin{array}{l} 4x - 3y + 5z = 5 \\ -6x + 2y - z = -5 \\ 2x - 2y + 3z = 3 \end{array} \right.$$

$$\text{d) } \left\{ \begin{array}{l} x - 2y = -5 \\ 3x + y = 5 \\ x + 2y = 3 \end{array} \right.$$

$$\text{e) } \left\{ \begin{array}{l} x + y + z - t = 2 \\ 2x - y + z + t = 3 \end{array} \right.$$

$$\text{f) } \left\{ \begin{array}{l} -2x + y - 3z = -2 \\ x - 4y + 5z = 1 \\ 2x - 15y + 17z = 2 \end{array} \right.$$

$$\text{g) } \left\{ \begin{array}{l} -x + y = 4 \\ 2x - y = -3 \\ x + 2y = 11 \end{array} \right.$$

$$\text{h) } \left\{ \begin{array}{l} x + y - z - t = 0 \\ -x + y + z + t = 2 \\ x - y + z + t = 2 \end{array} \right.$$

$$\text{i) } \left\{ \begin{array}{l} 5x - 5y + 5z = 0 \\ x - 4y + 4z = -3 \\ -3x + 2y - 2z = -1 \end{array} \right.$$

$$\text{j) } \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 10 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{5}{3} \end{array} \right.$$

$$\text{k) } \left\{ \begin{array}{l} x + y - 3z = 0 \\ 2x - y + z = 4 \\ x + 4y - 10z = -4 \end{array} \right.$$

$$\text{l) } \left\{ \begin{array}{l} 2x - y + z = -2 \\ x + 3y - 2z = 11 \\ 4x - 9y + 7z = -28 \end{array} \right.$$

$$\text{m) } \left\{ \begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ -x + y = 3 \\ x + 8y = 2 \end{array} \right.$$

$$\text{n) } \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - z = 2 \\ -2x + y + 2z = 1 \\ x + 7y - z = 7 \\ 4x + 3y - 4z = 3 \end{array} \right.$$

$$\text{ñ) } \left\{ \begin{array}{l} -3x + 2y - z = -10 \\ -x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 5z = -9 \end{array} \right.$$

$$\text{o) } \left\{ \begin{array}{l} -x + y = 1 \\ 3x - y = 1 \end{array} \right.$$

$$\text{p) } \left\{ \begin{array}{l} x + 2y + z + t = 3 \\ -x + y + 2t = -1 \\ -x + 7y + 2z + 8t = 1 \end{array} \right.$$

$$\text{q) } \left\{ \begin{array}{l} 2x - y + 3z = 1 \\ -x + y - z = 2 \\ x + y + 3z = 3 \end{array} \right.$$

$$\text{r) } \left\{ \begin{array}{l} x - 2y = 3 \\ -x + 3y = -1 \\ -x + 6y = 2 \\ x - y = 5 \end{array} \right.$$

$$\text{s) } \left\{ \begin{array}{l} 2x - y = 0 \\ 3x + y = 5 \end{array} \right.$$

$$\text{t) } \left\{ \begin{array}{l} x + y - z = 2 \\ -x + 2y + z = 4 \\ 3x + y + z = 6 \end{array} \right.$$

$$\text{u) } \left\{ \begin{array}{l} x + y - z = 3 \\ -x + 2y - z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ -x + 5y - 5z = 5 \end{array} \right.$$

$$\text{v) } \left\{ \begin{array}{l} -x + 3y = -5 \\ x + y = 1 \end{array} \right.$$

$$\text{w) } \left\{ \begin{array}{l} -x + 2y - z = 0 \\ x - 3y + z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \end{array} \right.$$

$$\text{x) } \left\{ \begin{array}{l} 3x - 4y + z = 1 \\ -x + 2y - z = 3 \\ x - z = 7 \\ x - y = 2 \end{array} \right.$$

$$\text{y) } \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = -5 \\ 5x + y = 1 \end{array} \right.$$

$$\text{z) } \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + z = -5 \\ x - y + 3z = 5 \end{array} \right.$$

Ejercicio 2 : Estudia, y resuelve si es posible, los siguientes sistemas de ecuaciones. Haz una interpretación geométrica de los resultados obtenidos:

$$\begin{array}{l}
 1) \left. \begin{array}{l} 2x + 2y + z - t = 8 \\ x + y - z + t = 1 \\ -x + 2y + z + 2t = 2 \end{array} \right\} \\
 2) \left. \begin{array}{l} -3x + 2y = 3 \\ 2x - y = -1 \end{array} \right\} \\
 3) \left. \begin{array}{l} 2x - y - z = 0 \\ -x + 2y + z = 1 \\ x - 3y - 2z = -3 \end{array} \right\} \\
 4) \left. \begin{array}{l} -x + y - 2z = -5 \\ x + 3y + z = -4 \\ 7x + 5y + 11z = 8 \end{array} \right\} \\
 5) \left. \begin{array}{l} -x + 4y = -6 \\ 2x - 3y = 7 \end{array} \right\} \\
 6) \left. \begin{array}{l} x - 2y + z = -3 \\ 2x + 3y - z = 3 \\ x - y + 3z = 6 \end{array} \right\} \\
 7) \left. \begin{array}{l} x + 2y + z - t = -2 \\ 2x + y - 2z + 2t = 3 \\ -x - y + z + t = 5 \end{array} \right\} \\
 8) \left. \begin{array}{l} -3x + 4y - z = -3 \\ x + 2y + z = 5 \\ x + y + 3z = 6 \\ -x - y + 2z = -1 \end{array} \right\} \\
 9) \left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 6 \\ 3x - y + z = 5 \\ -x + 2y - z = 1 \\ x + 3y - z = 7 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

CUESTIONES CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Ejercicio 3 : Razona las siguientes cuestiones:

- Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, ¿Puede ser compatible determinado?
- Todo sistema homogéneo es compatible determinado. ¿Verdadero o falso?
- Un sistema con más ecuaciones que incógnita es incompatible
- Todo sistema con el mismo número de ecuaciones que de incógnitas es compatible determinado
- Si un sistema tiene menos ecuaciones que incógnitas es incompatible.

Ejercicio 4 : Resuelve el sistema:
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 3 \\ x - y - z = 5 \end{cases}$$

- Interprétalo geoméricamente.
- ¿Es posible transformarlo en uno compatible indeterminado cambiando solamente la tercera ecuación? Razona la respuesta.

Ejercicio 5 : El siguiente sistema de ecuaciones lineales, S, es compatible.
$$S : \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ x + y - z = 4 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$$

- Si prescindes en S de una de las ecuaciones. ¿Cómo es el sistema que resulta?
- ¿Qué ecuación debes quitar para que el nuevo sistema tenga entre sus soluciones la (0,0,0)?
- Si añadiéramos una nueva ecuación, el sistema resultante puede ser:
 - ¿Compatible determinado?
 - ¿Compatible indeterminado?
 - ¿Incompatible?

Justifica la respuesta y pon un ejemplo en cada uno de ellos, si es posible.

PROBLEMAS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Ejercicio 6 : Tres familias van a una cafetería. La primera familia toma 2 cafés, 1 refresco y 2 chocolates; la segunda familia toma 3 cafés y dos chocolates; y la tercera familia toma 2 cafés, 2 refrescos y 3 chocolates. Si la primera, la segunda y la tercera familia han gastado, en esta ida a la cafetería, un total de 7,8; 7,55 y 11,2 euros, respectivamente, calcula el precio de un café, el de un refresco y el de un chocolate.

Ejercicio 7 : Un aficionado a los pájaros tiene un total de 30, entre canarios, periquitos y jilgueros. Tiene el doble de jilgueros que de canarios:

- a) Con estos datos, ¿se puede saber el número de canarios que tiene?
 b) Si, además, se sabe que tiene el triple de canarios que de periquitos, ¿cuántos pájaros de cada tipo tiene?

Ejercicio 8 : En una reunión hay 60 personas entre altas, medias y bajas. Se sabe que entre las bajas y las medianas duplican el número de altas. También se sabe que, las altas y el doble de las medianas, son el doble de las bajas. ¿Cuál es el número de personas altas, medianas y bajas? Justifica la respuesta.

Ejercicio 9 : Un campesino tiene bueyes que comen la misma cantidad de pienso todos los días. Si vendiese 15, el pienso duraría 3 días más. Y si comprase 25, el pienso duraría 3 días menos. Hallar el número de bueyes y los días que los puede alimentar.

Ejercicio 10 : Dos hermanos, charlando, concluyen que entre ambos tienen 29 años. El uno le dice al otro: dentro de 8 años mi edad será el doble de la tuya. ¿Cuántos años tiene cada uno en la actualidad?

Ejercicio 11 : Un grifo tarda 3 horas en llenar un depósito mientras que otro sólo tarda 2 horas en llenarlo. ¿Cuánto tardarán en llenar el depósito los dos grifos a la vez? Razona la respuesta.

Ejercicio 12 : Se dispone de un recipiente de 24 litros de capacidad y de 3 medidas: A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble que el de B; que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?

Ejercicio 13 : Si la altura de Carlos aumentase el triple de la diferencia entre las alturas de Toni y de Juan, Carlos sería igual de alto que Juan. Las alturas de los tres suman 515 cm. Ocho veces la altura de Toni es lo mismo que nueve veces la de Carlos. Hallar las tres alturas.

Ejercicio 14 : La edad de una madre es, en la actualidad, triple que la de su hijo. La suma de las edades de padre, madre e hijo es 80 años y dentro de 5 años la suma de las edades de la madre y del hijo será 5 años más que la del padre. ¿Cuántos años tienen el padre, la madre y el hijo en la actualidad?

Ejercicio 15 : Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más su número igualaría al de hombres. Calcula el número de hombres, mujeres y niños que hay en el grupo.

SISTEMAS CON PARÁMETROS

Ejercicio 16 : Discute y resuelve los siguientes sistemas con parámetros:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 3x + my + 2z = 1 \\ -x + 2y = 3 \end{cases} \\
 \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + \lambda z = 5 \\ -x + y - z = 1 \end{cases} \\
 \text{c) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + ky + 3z = 3 \\ y = z \\ 3y - z = 2 \end{cases}
 \end{array}$$

Ejercicio 17 : Encuentra el valor del parámetro “a” que hace que el sistema:
$$\begin{cases} 2x + y - 5z = 3 \\ x - 2y = -6 \\ 4x - 3y - az = -9 \end{cases}$$
 sea compatible determinado y calcula la solución del sistema así obtenido.

Ejercicio 18 : Determina el valor o valores de “a” para que el sistema:
$$\begin{cases} 2x + 3y = a + 1 \\ x + 3z = 0 \\ x + y + z = a \end{cases}$$
 tenga solución. Resuélvelo cuando sea posible.

Ejercicio 19 : Dado el sistema:
$$\begin{cases} x + y + 3z = -1 \\ 2x + 5y + 4z = -2 \\ x + 3y + m^2z = m \end{cases}$$
 Estudiar su compatibilidad para los distintos valores de m. Resolverlo para $m = -1$.